Introduction

L'usage des mots en mathématiques est un élément sur lequel porter son attention en tant qu'enseignant.

Plusieurs raisons à cela :

•la polysémie de certains mots ou de certaines expressions

•le langage mathématique s'acquiert grâce à la langue maternelle, elle-même en cours d'apprentissage ;

•les mots désignent des concepts mais aussi des relations entre ces concepts qui sont souvent difficiles à comprendre pour les élèves;

•l'école a forgé des mots en usage spécifiquement à l'école (cf. consignes, problèmes) et qui peuvent poser des problèmes de compréhension aux élèves. (ex : « distinct », « paquet » ou « groupe » ou « dizaine »)

Comment aider les élèves à comprendre les énoncés de problème ?

Il n'existe pas de réponse simple à cette question. Il est possible néanmoins de dégager deux directions de travail : une action dans la durée et une action spécifique.

- Une action dans la durée.

Il s'agit de faire comprendre aux élèves que l'on ne peut pas appliquer les principes de la lecture rapide à un énoncé de problème. Chaque mot compte et contribue à la construction du sens.

Exemples

a- Il serait maladroit de donner aux élèves le conseil de sélectionner les prix dans un texte lorsque la question porte sur un prix(quelle est la somme dépensée ? Combien d'euros reste-t-il ? Etc.). Pour s'en convaincre, il suffit de résoudre le petit problème suivant :

« Maxime a acheté 132 œufs à 2,5 euros la douzaine. Combien a-t-il dépensé ? »

Ici, le mot 'douzaine' ne peut pas être ignoré. Chaque mot compte.

b- Il peut être dangereux de faire résoudre de longues séries d'exercices semblables sous forme de « problèmes habillés ». Il en est ainsi des exercices sur l'addition dont l'énoncé ne comporte que les deux nombres à ajouter. Les élèves finissent par croire qu'il n'est pas nécessaire de lire entièrement l'énoncé pour réussir.

Il convient au contraire de fournir rapidement des énoncés plus complexes (comportant plus de deux nombres) ou ne portant pas sur la recherche d'une somme. Il s'agit de problèmes pièges mais ils obligent les élèves à plus de vigilance.

c- Il peut être tentant de gagner du temps en envoyant un élève écrire la solution correcte au tableau pendant que l'on s'occupe d'un ou plusieurs élèves en difficulté. Cette méthode a peu d'intérêt si elle ne permet pas à la classe de revenir sur les termes de l'énoncé, d'examiner les unes après les autres les difficultés lexicales, syntaxiques ou grammaticales, de mettre en relation les phrases du texte et les termes de la solution.

Exemple :

« Maxime a acheté 132 œufs à 2,5 euros la douzaine. Combien a-t-il dépensé ? »

- Le 'à' de 'à 2,5 euros' a un accent : il ne veut pas dire que Maxime a 2,50 euros. Un élève qui penserait cela ne saurait pas répondre. Il faut qu'à un moment il ait l'occasion de s'exprimer.

- L'expression 'à 2,5 euros la douzaine' veut dire que 'chaque douzaine coûte 2,5 euros'. Il faut comprendre que '2,5 euros' ne s'applique pas à chaque œuf mais à chaque douzaine. Dans la solution, il est donc normal de se poser d'abord la question du nombre de douzaines achetées par Maxime. Cette mise en relation du texte et de la solution est essentielle.

- La réponse '132 × 2,5' n'est pas compatible avec le texte. Il est important de la rejeter <u>à la suite</u> d'une analyse précise de l'énoncé. L'occasion de le faire ne se présente que si elle figure parmi les propositions écrites au tableau. La présentation de la seule solution correcte est donc insuffisante : elle ne permet pas de construire le sens du texte puisqu'elle ne permet pas de rejeter les contresens.

d- Il est essentiel de faire vérifier les résultats obtenus en revenant à l'énoncé : se demander si les calculs effectués sont bien en accord avec le texte permet de retourner à une lecture attentive et ce, dès le cycle 2.

Exemple :

Les 236 élèves d'une école vont visiter la Cité de la musique à Paris.
Pour assurer l'encadrement il faut 1 adulte pour 15 enfants.
Combien doit-il y avoir d'adultes ? Euro Maths - CM2 - page 105 (Hatier - 2006)
La réponse 236 + 1 + 15 ne doit pas être rejetée immédiatement. Il ne s'agit pas de l'attribuer d'emblée à l'habitude malsaine d'additionner tous les nombres de l'énoncé. L'analyse du texte est, du point de vue didactique, bien plus intéressante : On peut relire ensemble la question, se demander s'il faut 252 <u>adultes</u> pour effectuer la visite puis tenter de comprendre l'expression '1 adulte pour 15 enfants'.

- Une action spécifique

Il s'agit d'étudier les nombreux termes utilisés avec un sens particulier ou une construction particulière dans les énoncés de problèmes : à, par, chaque, l'un, pièce, l'unité, la somme, la différence, le produit, etc.

Il convient de les faire rencontrer souvent pour que leur sens spécifique dans les énoncés se construise solidement.

Dans un premier temps, ils peuvent figurer dans des textes comportant peu de difficultés mathématiques :

'J'ai trouvé trois sacs de billes contenant chacun 7 billes. Combien cela faisait-il de billes en tout ?' (CE1).

'J'ai trouvé trois sacs de billes valant 4 euros pièce. Combien ai-je dépensé ? (CE1).

Ils ne sont ensuite introduits dans des énoncés complexes que s'ils sont maîtrisés par le plus grand nombre possible d'élèves.

Il est possible d'effectuer des collections de mots, sous forme d'affichage dans un premier temps. Ces collections seront réalisées selon des catégories précises : par exemple tous les mots qui désignent l'unité (l'un, chaque, de, le...), tous les mots qui permettent de comparer (autant que, plus, moins, assez...), etc. Les collections recevront un titre permettant de les identifier. On pourra aussi à l'aide de couleurs différencier les mots et les expressions en fonction de leur nature grammaticale.

Enfin, on pourra faire fonctionner ces collections au travers d'exercices d'entrainement de modifications de textes (remplacement de mots sans changer le sens du texte par exemple).

En géométrie, comment est-il possible d'enseigner le vocabulaire spécifique ?

En maternelle , bien que savoir dessiner certaines formes soit introduit(en particulier : rond, carré, triangle, , l'objectif principal n'est pas l'apprentissage d'un vocabulaire mathématique.

Au cycle 2 : « [les élèves] apprennent à reconnaître et à décrire des figures planes et des solides. Ils utilisent des instruments et des techniques pour reproduire ou tracer des figures planes. Ils utilisent un vocabulaire spécifique » Programme du 19 juin 2008.
« Le vocabulaire géométrique est introduit et utilisé en situation, sans brider l'expression spontanée des élèves : les termes de la vie courante sont acceptés s'ils permettent une bonne communication ; puis, progressivement, ils sont remplacés par les termes spécifiques du langage géométrique. » (Documents d'application - cycle 2 - 2003)

Au cycle 3 : « [les élèves] prennent conscience de certaines propriétés des objets et ils acquièrent des éléments de vocabulaire : face, arête, sommet ; côté, segment, milieu, droite (synonyme au cycle 3 de ligne droite), droites perpendiculaires, droites parallèles, angle ; ainsi que les noms de quelques solides et de quelques figures planes. » (Documents d'application - cycle 3 - 2003)

Les documents d'applications des programmes de 2002 précisent que « la mise en place d'un vocabulaire précis (somme, produit, rectangle...) ne remplace pas la construction du concept. Ce vocabulaire n'a de sens que lorsque le concept est en construction et a déjà été utilisé implicitement par les élèves. »
Pour Vygotski, le mot c'est le concept. Mais il précise que la conceptualisation est un phénomène long qui suit différentes étapes. Le point de départ c'est l'utilisation du mot comme outil de communication avant qu'il ne soit un concept à part entière (Vygotski parle de complexes puis de pseudoconcepts). Grâce à cette communication et donc aux relations avec les autres, le concept gagnera en extension, il sera l'objet de généralisations successives qui progressivement en feront un véritable concept. A mon sens il faut donc rapidement doter les élèves des moyens de communiquer mais sans se leurrer : même si les élèves utilisent le mot pour communiquer entre eux et avec le maitre, le concept n'est pas nécessairement construit pour autant.

La construction simultanée du concept et du vocabulaire nécessite une détermination des limites d'utilisation du vocabulaire : savoir ce qu'est un triangle c'est aussi savoir ce que ce n'est pas.
Ainsi, pour étudier le sens du mot « perpendiculaires », de nombreux exercices sont nécessaires pour distinguer « perpendiculaires » et « verticales », « perpendiculaires » et « segments qui se coupent en leur milieu », etc. Un ou deux exemples ne suffisent pas.

Y a-t-il des définitions précises pour les mots du vocabulaire mathématique ?

Dans le langage courant, le mot "chiffre" remplace le mot "nombre". En mathématiques le sens de ces deux mots est très précis, même si le mot "nombre" doit être suivi d'indications sur le domaine considéré : nombre entier naturel, nombre décimal, nombre rationnel, nombre réel, etc. Les confondre en classe nuit gravement à la construction de la numération.
Heureusement, dans beaucoup de cas, les abus de langage ne nuisent pas à l'enseignement, même en mathématiques. Voici un exemple, extrait de MOTS - Tome V - Brochure 1980 de l'association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public :

« Le mot CÔTÉ (d'un triangle, d'un quadrilatère, plus généralement d'un polygone) a plusieurs sens :
Il désigne : chacun des segments constituants le polygone
ou la droite support d'un tel segment
ou la longueur d'un tel segment
ou la mesure, pour une unité de longueur donnée, d'un tel segment.
Il en est de même des mots *hypoténuse* pour un triangle rectangle, *hauteur*, *médiane*, *bissectrice* (d'un triangle), *diagonale* (d'un polygone). »

« Les moments de reformulation et de synthèse sont davantage l'occasion de mettre en place un vocabulaire et une syntaxe corrects. » (documents d'application des programmes de 2002)
Le travail sur la langue en mathématique est l'occasion de travailler la rigueur et la précision de la significations des mots. Il en va ainsi par exemple du travail sur les déterminants : « trouver une solution, des solutions, les solutions... »

Comment traiter les différents sens d'un même mot ?

Les mots du vocabulaire mathématique sont rarement spécifiques. Par exemple, unité, sommet, côté, point, droite, droit, segment, division, dividende, produit, somme, etc. ont plusieurs sens en français ou en mathématiques. Ainsi, lorsque l'on dit que le triangle a trois côtés, on oublie souvent que les élèves ne connaissent que deux côtés : le côté droit et le côté gauche. Cela mérite une petite mise au point. Une telle étude peut faire l'objet de quelques "ateliers de langue".

Dans son ouvrage *Maths en mots* aux éditions Bordas, JL. Brégeon développe largement les difficultés liées à la polysémie dans les problèmes pour le cycle 3.
Le livre *Le tour du problème* de Michelle Bacquet et al. aux éditions du Papyrus complète la question en développant différents points de vue.

Quelles précautions faut-il prendre pour passer une consigne ?

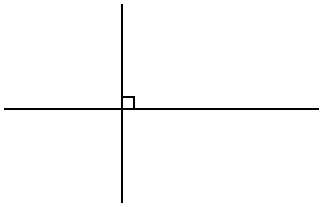
Au cycle 1

Certains mots se construisent difficilement au cycle 1 : entre, milieu, autour, etc. Ces mots ne peuvent apparaître que très progressivement dans les consignes et dans les problèmes.

A l'intérieur d'une séance, quand faut-il enseigner le vocabulaire ?

Un exemple : l'enseignement du mot « perpendiculaire »

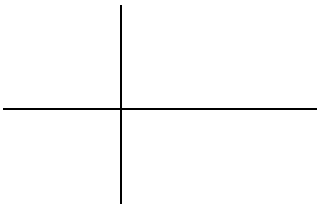
1re méthode : le mot est donné au début de la séance.
- Le maître prévient les élèves : *ce matin, nous allons étudier les droites perpendiculaires. C'est très important pour réussir au collège. Alors voilà, c'est facile, deux droites perpendiculaires sont deux droites qui forment un angle droit*.
- le maître dessine alors, au tableau, deux droites perpendiculaires et indique l'angle droit.



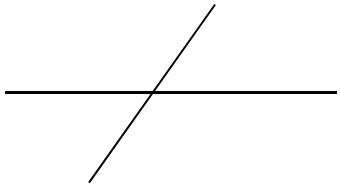
Il propose ensuite une série d'exercices où les élèves doivent reconnaître les droites perpendiculaires.

2e méthode (inspirée de Britt Mari Barth) : le mot est donné au début de la séance mais son sens se précise progressivement
- Le maître prévient les élèves : *ce matin, nous allons étudier les droites perpendiculaires. C'est très important pour réussir au collège.* Je vais dessiner des droites.

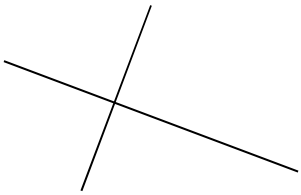
Celles-ci sont perpendiculaires,



Celles-ci ne le sont pas :



D'après vous, celles-ci sont-elles perpendiculaires ?



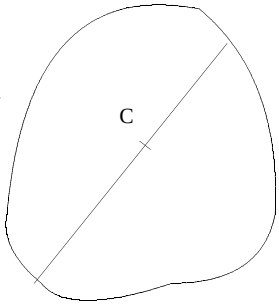
et celles-ci ?



De nombreux exemples sont étudiés ensuite. Les élèves doivent dire si les droites sont perpendiculaires ou non.

3e méthode (ERMEL géométrie cycle 3) : Le mot n'est pas donné au début. Il arrive au cours de la séquence lorsqu'il devient nécessaire.

Il s'agit de résoudre des problèmes.
- achever des rectangles ('le coin du rectangle est un angle droit' puis 'un rectangle a quatre angles droits').
- chercher à reporter des angles pour faire un tour (6 fois 60 ou 4 fois 90 par exemple, mais aussi 4 fois 85 et un petit angle, etc.)
  on peut faire un tour complet avec quatre angles droits.
- superposer deux traits sur une même feuille puis anticiper le pli passant par le point C.
  on passe progressivement à la validation sans plier.
- terminer des rectangles puis chercher des couples de traits qui forment un coin de rectangle.
  - lors de l'institutionnalisation, on obtient plusieurs formulations :
    - les deux traits forment un angle droit,
    - les deux traits sont perpendiculaires,
    - le trait épais est perpendiculaire au trait fin,
    - le trait fin est perpendiculaire au trait épais



Les trois méthodes ne sont pas équivalentes.
La première est rapide et efficace pour que les élèves sachent énoncer la définition : ils savent ce que sont deux droites perpendiculaires.
La deuxième est plus longue que la première. Elle permet aux élèves de reconnaître des droites perpendiculaires : ils savent à la fois ce qu'elles sont et ce qu'elles ne sont pas.
La troisième est un peu luxueuse. A la fin de la séquence, on peut penser que les élèves ont une connaissance précise des droites perpendiculaires mais surtout qu'ils les perçoivent comme solution à des problèmes : la pertinence de la définition est évidente.