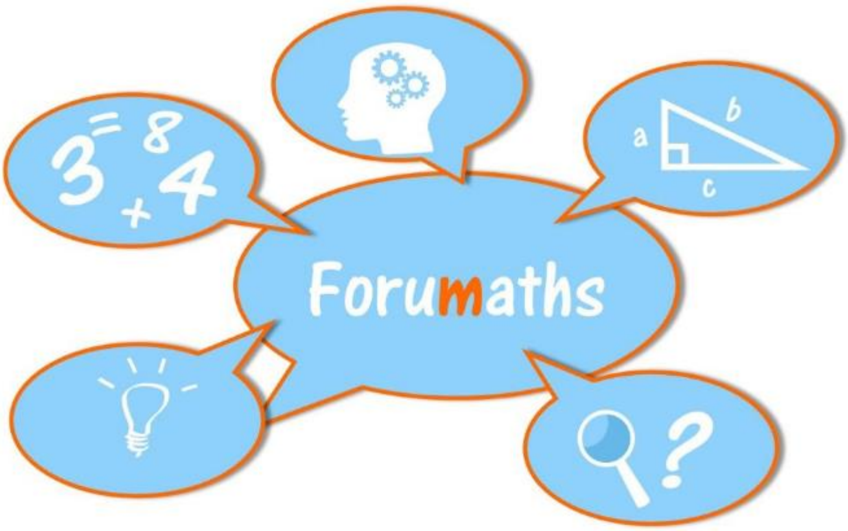
ACADÉMIE
DE NANTES
Liberté
Égalité
Fraternité

Direction des services départementaux
de l'éducation nationale
de Vendée

FORUMATHS PERIODE 1

Défi Cycle 3



Présentation

Annexe 1 : Consigne

Annexe 2 : Présentation des solutions

Annexe 3 : Le coin du prof

MOT DE PASSE

Enjeu : Trouver un moyen d'organiser les éléments de l'ensemble que l'on cherche à dénombrer pour obtenir la certitude d'avoir effectivement trouvé l'ensemble des solutions sans avoir compté plusieurs fois la même et sans en avoir oublié.

Compétences :

- **Chercher** :

  - S'engager dans une démarche, observer, questionner, expérimenter, émettre des hypothèses, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle.

  - Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.

- **Communiquer** :

  - Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange

- **Raisonner** :

  - Résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples ou la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement

  - Progresser collectivement dans une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui.

Si les élèves ont déjà été confrontés à des problèmes de dénombrement tout au long du cycle 2, on pourra aller jusqu'à :

- **Modéliser** :

  - Utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne.

- Reconnaître et distinguer des problèmes relevant de situations additives, multiplicatives, de proportionnalité

Objectifs :

- Organiser ses réponses pour éviter les doublons
- S'organiser pour trouver toutes les solutions
- Modéliser

Organisation matérielle :

- Affiche pour la mise en commun de chaque groupe

Proposition d'organisation de la séquence :

Séance 1 : Etape 1

Séance 2 : Etape 2

Séance 3 : Etape 3 et prolongements

Déroulement des séances :

Expliciter les objectifs de la séquence (apprendre à faire des hypothèses, les tester, les vérifier...), présenter le problème (*Annexe 1 : Consigne*). Une **recherche collaborative** devrait permettre d'enrôler tous les élèves de la classe.

Etape 1 : Commencer par chercher toutes les possibilités avec uniquement 2 et 3 lettres (sans chiffre).

Partager la classe selon 2 niveaux.

- Pour les élèves fragiles (niveau 1), leur demander de trouver le nombre de solutions pour la première partie du code celle composée de lettres, en utilisant uniquement les 2 lettres A et B. (8 possibilités)
- Pour les élèves de niveau 2, leur demander de trouver le nombre de solutions avec les 3 lettres A, B et C, toujours pour la même partie du code. (27 possibilités)

L'intérêt de proposer deux consignes différenciées est non seulement de favoriser l'engagement de tous les élèves mais aussi de permettre le repérage de structures récurrentes entre les différentes solutions. Chaque niveau ainsi va contribuer à l'émergence d'une première forme de modélisation.

Mise en commun :

- L'enseignant collecte les solutions pour chaque niveau :

• Niveau 1, toutes les solutions doivent être écrites (au besoin, rechercher collectivement les réponses manquantes)

• Niveau 2, collecter les réponses trouvées par les élèves mais ne pas compléter avec des solutions manquantes (tâche confiée aux élèves Niveau 1 dans l'étape suivante).

- **Quelle présentation ou organisation permettrait d'être sûr d'avoir écrit toutes les solutions ?**
  Si la présentation en arbre n'est pas évoquée lors de la mise en commun, l'enseignant peut la proposer en vérification pour les résultats du niveau 1. Cependant il est **essentiel** que les élèves parviennent à **verbaliser par eux-mêmes** le principe de cette organisation. Faire une trace écrite (provisoire) des **formulations des élèves**.

Etape 2 : Compléter et chercher toutes les possibilités en utilisant 3 et 4 lettres toujours sans chiffre.

Relancer les recherches avec 2 groupes :

- Pour les élèves fragiles (niveau 1), leur demander de compléter les solutions avec 3 lettres (sans chiffre).

- Pour les élèves de niveau 2, leur demander de trouver les solutions avec 4 lettres (sans chiffre). (64 solutions)

Mise en commun :

- L'enseignant collecte les démarches utilisées pour compléter avec 3 lettres puis 4 lettres. Il peut être intéressant de garder le code couleur (proposé dans l'énoncé – Annexe 1) pour écrire les lettres des cases et ainsi permettre de mieux visualiser.
- A partir de l'observation des traces écrites, demander aux élèves de réfléchir à une règle pour trouver le nombre de solutions. Il est important de faire verbaliser leurs observations, l'objectif étant la prise de conscience que chaque case du code à un nombre de possibilité égal au nombre de lettres utilisées. *Si cela semble à la portée des élèves, on peut les amener à formuler la règle de calcul suivante :*

Le nombre de lettres possibles X le nombre de lettres possibles X le nombre de lettres possibles = Le nombre de solutions *(pour un code à 3 lettres)*

Etape 3 : Validation de la compréhension de l'organisation des solutions, éventuellement de la règle de calcul

En recherche individuelle ou en binôme pour les élèves fragiles leur demander d'ajouter les deux chiffres (de 0 à 9) au code, formant ainsi un code à 3 lettres puis 2 chiffres. Proposer de trouver **le nombre de solutions** pour :

- Un code utilisant les deux lettres A et B + n'importe quel chiffre
- Un code utilisant les trois lettres A et B et C + n'importe quel chiffre
- Un code utilisant les quatre lettres A, B, C et D + n'importe quel chiffre

Mise en commune :
Faire valider les réponses obtenues en s'appuyant sur les affiches précédentes sur lesquelles on ajoute les possibilités pour les chiffres au bout de chaque branche (à titre d'illustration, voir Annexe 2).

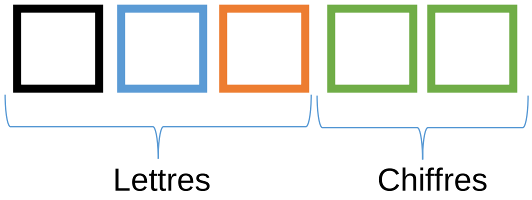
Remarque :
Une analyse des solutions obtenues à partir d'un code composé uniquement de 2 chiffres peut être demandée en amont et permettre à certains élèves de comprendre la règle de calcul.

Prolongements possibles :

- Chercher le nombre de solutions pour un code à 4 lettres suivi 2 chiffres.
- Chercher le nombre de solutions pour un code de 5 cases mais où l'on peut mettre indifféremment une lettre ou un chiffre.
- Demander l'intérêt d'utiliser des caractères spéciaux, des minuscules et des majuscules.
- Proposer aux élèves de produire eux-mêmes une consigne de code et trouver le nombre de solutions possibles.

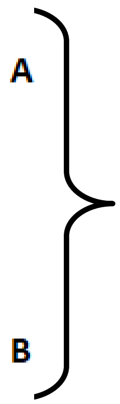
Annexe 1 :

Pour créer un mot de passe unique sur l'application *Forumaths.net* tu dois saisir en premier 3 lettres de l'alphabet suivies de 2 chiffres.
Si chaque élève a son propre mot de passe, combien d'élèves pourra-t-on inscrire ?



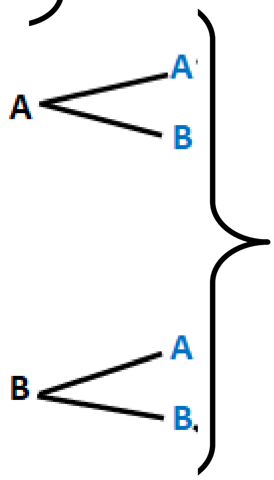
Annexe 2 :

2 lettres A et B utilisées pour un code à 3 lettres



Pour la première lettre du code on a **2 solutions** possibles :

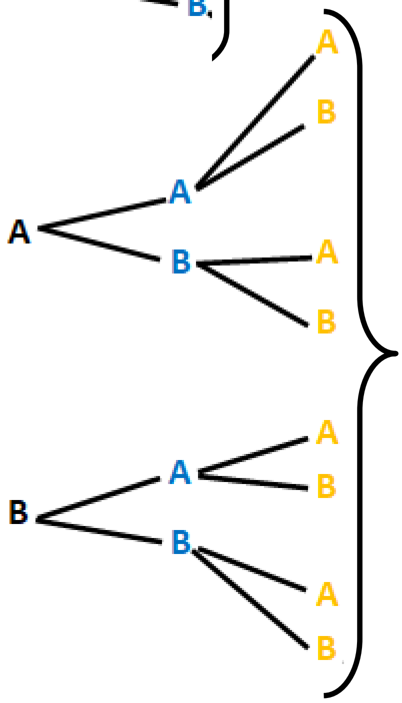
A ou **B**



Pour la deuxième lettre du code on a 2 solutions possibles : **A** ou **B**.
On obtient alors **4 solutions** pour un code à deux lettres :

AA, AB, BA, BB.

2 x 2 = 4



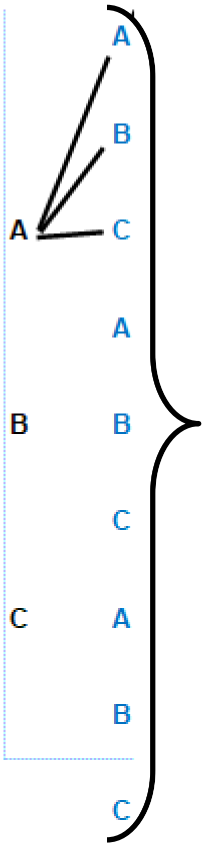
Pour la troisième lettre du code on a 2 solutions possibles : **A** ou **B**.
On obtient alors **8 solutions** pour un code à trois lettres :

AAA, AAB,
ABA, ABB,
BAA, BAB,
BBA, BBB.

2 x 2 x 2 = 8

3 lettres A et B et C utilisées pour un code à 3 lettres

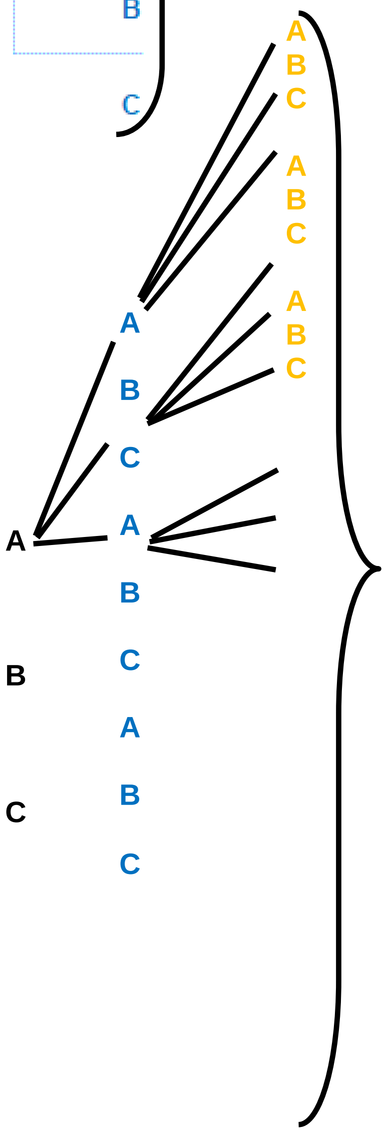
Pour la première lettre du code on a **3 solutions** possibles : **A** ou **B** ou **C**



Pour la deuxième lettre du code on a 3 solutions possibles : **A** ou **B** ou **C**
On obtient alors **9 solutions** pour un code à deux lettres :

AA, AB, AC,
BA, BB, BC,
CA, CB, CC.

3 x 3 = 9



Pour la troisième lettre du code on a 3 solutions possibles : A ou B ou C.
On obtient alors **27 solutions** pour un code à trois lettres :

AAA, AAB, AAC,
ABA, ABB, ABC,
ACA, ACB, ACC,

BAA, BAB, BAC,
BBA, BBB, BBC,
BCA, BCB, BCC,

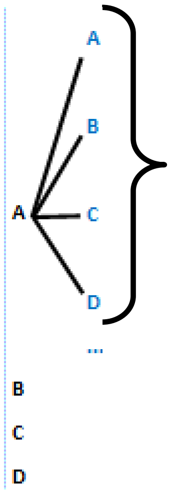
CAA, CAB, CAC,
CBA, CBB, CBC,
CCA, CCB, CCC.

3 x 3 x 3 = 27

4 lettres A. B. C et D utilisées pour un code à 3 lettres

A
B
C
D

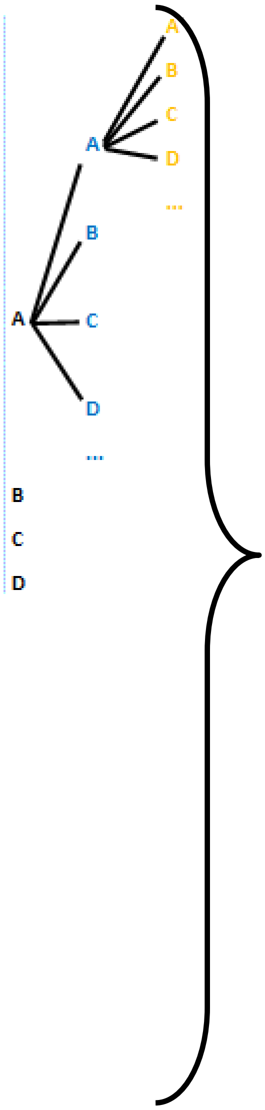
Pour la première lettre du code on a **4 solutions** possibles : **A** ou **B** **ou C ou D**



Pour la deuxième lettre du code on a **4 solutions** possibles : **A** ou **B** ou **C** ou **D**
On obtient alors **16 solutions** pour un code à deux lettres :

AA, AB, AC, AD
BA, BB, BC, BD
CA, CB, CC, CD
DA, DB, DC, DD

4 x 4 = 16



Pour la troisième lettre du code on a **4 solutions** possibles : **A** ou **B** ou **C** ou **D**.
On obtient alors **27 solutions** pour un code à trois lettres :

AAA, AAB, AAC, AAD,
ABA, ABB, ABC, ABD,
ACA, ACB, ACC, ACD
ADA, ADB, ADC, ADD

BAA, BAB, BAC, BAD,
BBA, BBB, BBC, BBD,
BCA, BCB, BCC, BCD
BDA, BDB, BDC, BDD
...

4 x 4 x 4 = 64

Annexe 3 :

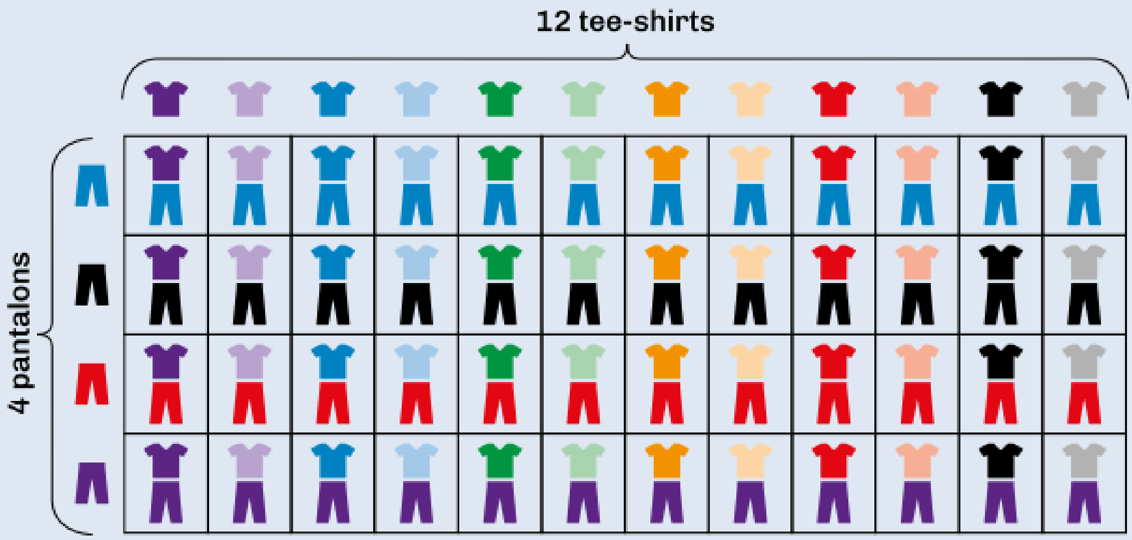
Le coin du prof

Guide *La résolution de problèmes au cours moyen*

LES PROBLÈMES METTANT EN JEU UN PRODUIT CARTÉSIEN

Le produit cartésien de deux ensembles est l'ensemble de tous les couples dont la première composante appartient au premier ensemble et la seconde au second ensemble. Par exemple : « *Une poupée est livrée avec 4 pantalons et 12 tee-shirts. De combien de façons est-il possible d'habiller la poupée ?* »

L'ensemble des solutions est l'ensemble des couples constitués d'un pantalon et d'un tee-shirt, c'est-à-dire l'ensemble des tenues complètes que l'on peut constituer. On peut représenter l'ensemble de ces solutions en construisant un arbre ou un tableau. Par exemple, le tableau ci-dessous donne toutes les tenues possibles pour la poupée et permet de les énumérer.



Ce problème peut être résolu en dénombrant les éléments du tableau, mais il peut aussi être résolu plus directement, sans passer par une énumération des différentes tenues. Ce problème est en effet un problème multiplicatif à une étape : la réponse au problème est apportée par la multiplication 12 x 4. Cependant, modéliser ce problème par une multiplication ne va pas de soi tant que la multiplication est simplement associée aux situations où une même quantité est répétée plusieurs fois : ici, l'énoncé ne fait pas apparaître de répétitions. Le tableau ci-dessus permet néanmoins de faire le lien avec le sens « addition itérée » de la multiplication : par exemple, on peut considérer que pour chacun des 12 tee-shirts, on peut choisir un des 4 pantalons, ce qui donne 12 x 4 tenues possibles. De plus, de la même manière, on peut considérer que pour chacun des 4 pantalons, on peut choisir un des 12 tee-shirts, ce qui donne 4 x 12 tenues possibles. Ces deux façons de choisir répondent bien au même problème ; on a donc 4 x 12 = 12 x 4.

Cet exemple illustre le fait que les problèmes impliquant des produits cartésiens sont généralement difficiles à résoudre pour les élèves, car ils sont en décalage avec la conception intuitive de la multiplication comme addition itérée[33]. Ils facilitent cependant la compréhension de la propriété de commutativité de la multiplication.

Ce problème mathématique de dénombrement est propice à des liens avec l'EMI. Le début d'année est aussi l'occasion de découvrir ou revoir la charte d'utilisation de l'ENT (https://ent.e-primo.fr/assets/cgu/CGU_eprimo.pdf), de sensibiliser les élèves aux enjeux de sécurité liés à leurs identifiants et mots de passe dans l'ENT et « en dehors » (https://one.opendigitaleducation.com/wp-content/uploads/2022/09/Poster-RS-ONE.pdf).

La problématique du cyberharcèlement peut aussi être abordée (https://www.education.gouv.fr/media/96040/download).

Règles de composition des mots de passe

Actuellement, la CNIL recommande aux utilisateurs une taille minimum de 8 caractères et 3 critères de complexité :
- au moins un caractère numérique
- au moins une lettre
- mélange de minuscules et majuscules

https://www.tice-education.fr/images/stories/img/conseils_mots_de_passe.jpg

Pourquoi devons-nous inclure au moins une majuscule et un symbole et/ou des chiffres lorsque nous créons un mot de passe ?

Pour un code PIN à quatre chiffres par exemple, il n'existe que 10 000 combinaisons (de 0000 à 9999, 10x10x10x10 = 10 000), alors qu'il y a en a plus de 450 000 pour un mot de quatre lettres (26x26x26x26) et plus de 7 300 000 si on ajoute des majuscules (52x52x52x52).

Imaginons que nous n'utilisions que des lettres minuscules, il y en a 26 (a,b,c,…z). Si le mot de passe comporte 8 lettres, cela nous fait grosso modo 209 milliards de mots de passe possibles (26x26x26x26x26x26x26x26). Cela peut paraitre beaucoup, mais un ordinateur peut tester jusqu'à plusieurs dizaines de millions de mots de passe par seconde.
Si on y ajoute les majuscules, on passe à 52 lettres différentes. Si on ajoute les symboles, cela fait 94 « lettres » différentes, et là le nombre de mots de passe possibles passe à 6 millions de milliards de mots de passes différents (94x94x94x94x94x94x94x94), soit 29 000 fois plus qu'avec juste des lettres minuscules.

La longueur des mots de passe s'avère primordiale en termes de sécurité. Même si vous avez fait un mélange de chiffres, de lettres et de symboles, si votre mot de passe fait seulement 6 caractères, voire moins, il peut en effet être cracké "*instantanément*" ! À partir d'un mélange de 8 caractères, la tâche s'avère déjà un peu plus compliquée pour les hackers, encore qu'en 39 minutes seulement le tour est joué... En réalité, un mot de passe commence à être vraiment sécurisé lorsqu'il contient un mélange d'au moins 11 caractères, une combinaison qui nécessiterait alors 34 années avant de pouvoir être déchiffrée d'après Hive Securities. L'ANSSI, l'Agence nationale de la sécurité des systèmes d'information, recommande de son côté un minimum de 15 caractères pour établir un vrai mot de passe "fort". À en croire ce tableau établi par la société américaine, il faudrait un milliard d'années pour cracker une si longue combinaison de chiffres, de lettres et autres caractères spéciaux. C'est ce qui s'appelle en effet un mot de passe bien sécurisé.

https://pbs.twimg.com/media/FM23NceXoAc9ini?format=jpg&name=small

Plus le mot de passe est long et avec des caractères spéciaux, plus le nombre de combinaisons augmente.