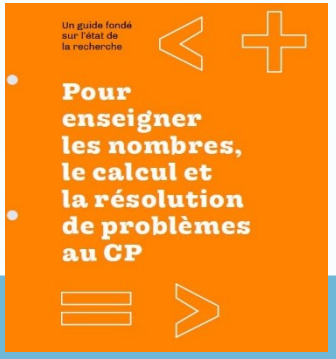
ACADÉMIE DE NANTES
Liberté
Égalité
Fraternité

Direction des services départementaux
de l'éducation nationale
de Maine-et-Loire



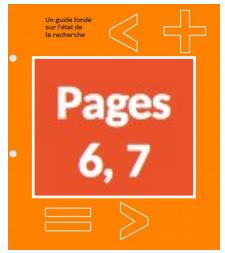
SYNTHÈSE du guide « *Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP* »

1- <u>Des recommandations institutionnelles</u> *(diapo 2)*

2- <u>Une utilisation possible du guide au sein d'une équipe</u> : *pistes permettant à une équipe d'école de travailler une situation identifiée : item chuté aux évaluations, choix du manuel, utilisation du matériel, aide aux élèves en difficulté, liaison GS/CP, schématisation/modélisation…* *(diapo 3 à 5)*

3- <u>Des points saillants</u> : *les symboles mathématiques (=, ≠, <, >, +, -)* *(diapo 7),* *les 2 systèmes de numération (orale et écrite)* *(diapo 6)* *et l'enseignement de la soustraction* *(diapo 7).*

1- Des recommandations



Ce guide souligne l'importance de plusieurs éléments :

❑ **Le lien entre sens et technique** : *(page 67 et 68)*

Ce sont les compétences acquises par les élèves, telles que : « reconnaître les opérations en jeu dans un problème » ; « mobiliser, désigner et prendre en compte les propriétés des nombres » ; « mettre en œuvre des techniques de traitement et de calcul » qui vont permettre **la construction du sens des opérations et l'identification de l'opération en jeu dans un problème.**

❑ **La distinction des 2 systèmes de numération** : *(page 23 à 48)*

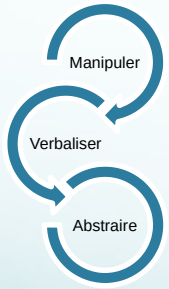
Deux systèmes de numération sont à mettre en relation : les noms des nombres à l'**oral** (dans la comptine numérique) et les désignations **écrites** des nombres (la numération chiffrée).

❑ **Le travail des différents modes de calcul** : *(page 50)*

Le calcul mental et **le calcul en ligne** d'abord puis **le calcul posé** se construisent en étroite relation pour donner à l'élève du pouvoir sur les nombres nécessaire à la résolution de problèmes.

CALCUL MENTAL	CALCUL EN LIGNE	CALCUL POSÉ
Modalité de calcul sans recours à l'écrit.	Modalité de calcul écrit ou partiellement écrit sans utilisation des algorithmes d'opérations posées.	Modalité de calcul écrit qui requiert l'application d'un algorithme opératoire.

❑ **La manipulation et la verbalisation dans les apprentissages :** *(page 54)*



Manipulation d'objets (pour représenter et modéliser les situations et pour répondre)

Abstraction (par le passage des dessins aux schémas) pour résoudre un problème

Conception des apprentissages pour différencier et aider

Passage **de la manipulation à l'abstraction** : plusieurs cheminements cognitifs donnant lieu à différentes procédures d'élèves

Verbalisation pour favoriser l'abstraction et comprendre où en est l'élève

❑ **La modélisation dans la résolution de problèmes** : *(page 89 à 102)*

La **résolution de problèmes** (notamment dans le domaine arithmétique) est au cœur de l'activité mathématique. L'enseignement des stratégies efficaces permet le cheminement du schéma à la modélisation puis à la résolution par l'écriture symbolique mathématique.

❑ **Un texte du savoir** : *(page 100 et 101)*

Il est nécessaire de développer, lors de phases d'institutionnalisation, **un outil de référence** (oral, imagé puis écrit) à retenir en vue d'un réinvestissement dans d'autres situations.

2- Une utilisation possible du guide au sein d'une équipe d'école

Un constat :

L'équipe voudrait s'accorder pour choisir un **manuel** pour la mise en œuvre de leurs enseignements

Un questionnement :

Quels sont les principaux paramètres à prendre en compte pour choisir un manuel et un guide de l'enseignant ? *(page 132)*

Une lecture partagée du chapitre 6 :

. La programmation proposée (conforme aux IO) *(page 132 et 135)*

. La construction du nombre et les 2 systèmes de numération *(page 135)*

. La progression en calcul posé et en calcul mental (mémorisation des faits numériques, développement et automatisation de procédures) *(page 135)*

. La régularité de la résolution de problèmes dans tous les domaines *(page 136)*

. Le format des séances, les phases de manipulation, l'évaluation, d'institutionnalisation, d'entrainement et de différentiation *(page 133)*

Un constat :

L'équipe s'interroge sur l'enseignement de la **schématisation** et de la **modélisation** par les élèves, pour mieux comprendre et résoudre des problématiques

Un questionnement :

. Quel matériel pour quelle schématisation ?
. Représenter, schématiser, modéliser, parle-t-on tous de la même chose ?*(page 84 et 89)*

. Quelle institutionnalisation ? *(page 100)*

. Quelle progressivité de la maternelle au CP jusqu'à la représentation symbolique ? (page 84)

Une lecture partagée du chapitre 3 :

. Quelle progression du sur-comptage au calcul ; du résultat à la modélisation ? *(page 19)*

. La place de la verbalisation et du *jeu* *(page 82 et 86)* ; quels outils pour modéliser ? *(page 70 et 71)*

. Quel schéma en barres pour les problèmes de type parties-tout *(page 94 et 95)* , pour les problèmes multiplicatifs *(page 96)*, pour les problèmes de comparaison *(page 98)* et pour les problèmes complexes *(page 99)* ?

2- Une utilisation possible du guide au sein d'une équipe d'école

Un constat :

Les élèves rencontrent des difficultés. Comment les aider au plus près des besoins ?

Un questionnement* :

. Comment interpréter les difficultés ?

. Quelles observations mettre en place identifier les erreurs et proposer des adaptations et des remédiations ?

* (Pour lequel l'enseignant spécialisé en aide pédagogique a toute sa place)

Une lecture partagée du chapitre 2 : *(page 69)*

. Les types de difficultés fréquentes et les remédiations associées *(page 69 à 72)*

. Difficulté à comprendre le langage symbolique du calcul

. Difficulté à mémoriser des faits numériques

. Difficulté dans la technique opératoire

Un constat :

L'équipe souhaite construire une **progression** commune. Sur quelles ressources institutionnelles s'appuyer ? Comment s'organiser ?

Un questionnement :

. Quelle utilisation des attendus de fin de d'année ?

. Quelle utilisation des repères annuels de progression pour le cycle 2 ?

. Quel lien entre le cycle 2 et le cycle 3 ?

Une lecture partagée du chapitre 7 : *(page 139)*

. Enseigner la table d'addition *(page 60)*

. Le continuum en cycle 2 et cycle 3 en résolution de problèmes *(page 97)*

. La programmation : le nom des nombres et les écritures chiffrées, le calcul mental et posé, la résolution de problèmes *(page 135)*

2- Une utilisation possible du guide au sein d'une équipe d'école

Un constat :

L' équipe veille à faire manipuler les élèves mais certains peinent à faire évoluer leurs procédures. Comment la **manipulation** permet-elle de raisonner sur les procédures ?

Un questionnement* :

. Quel matériel pour quels apprentissages, pour quels élèves, à quelle étape de la séance ?

* (Pour lequel l'enseignant spécialisé en aide pédagogique a toute sa place)

Une lecture partagée du chapitre 4 : *(page 103)*

. De la manipulation à l'abstraction *(page 91)*

. du dessin figuratif au schéma, grâce au matériel *(page 92l*

. Choisir le matériel *(page 105)*

. Le matériel numérique *(page 105)*

. La frise numérique *(page 109)*

. Le matériel complémentaire *(page 111)*

Un constat :

L'item **« Résolution de problèmes »** est chuté dans notre école aux évaluations nationales CP/CE1.
Comment y remédier ?

Un questionnement* :

. Sur les stratégies de dénombrement et les procédures utilisées par nos élèves *(Page 12 et pages 84, 85)*

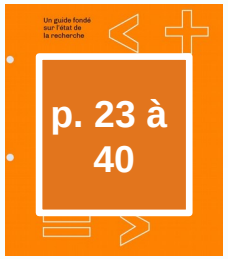
. Sur l'enseignement de la résolution de problème dans notre l'école (types de problèmes proposés, progressivité au Cycle 2, matériel utilisé ; place de la manipulation, de la représentation, de la verbalisation, de l'abstraction, de l'institutionnalisation et de la modélisation *(Page 7)*

* (Pour lequel l'enseignant spécialisé en aide pédagogique a toute sa place)

Une lecture partagée du chapitre 3 : *(page 77)*

. Une pratique à renforcer ? *(page 16))*
. Une pratique à faire évoluer ? *(page 19, 20)*
. Une pratique à compléter ? *(page 17)*
. Une progression d'école à construire ? Lien GS/CP *(page 85)* / Progressivité dans les catégories de problèmes proposés ; dans les représentations et modélisations (les schémas en barre *(page 94 à 99)* Institutionnalisation et affichages communs *(pages 100 , 101)*

3- Des points saillants



I. Quels systèmes de numération enseigner, pourquoi et comment ?

Principes fondamentaux	Méthodologie / Enseignement	Repères de progression
Deux systèmes de numération indépendants : *(pages 24 à 29)* **Le système de numération orale** → Comptine numérique orale. → Petite comptine, grande comptine et repérants. → Essentiellement ordinale, dénombrement par comptage. **Le système de numération écrite** → Ecriture partagée des nombres : 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9. → Système décimal indépendant de la désignation orale. → Aspect cardinal davantage présent : accès direct sans passer par la désignation orale.	**Apprendre et enseigner les systèmes de numération** *(page 30)* - Numération orale → Accès au nombre par comptage de 10 en 10. - Numération écrite → Organiser la collection en maximum de dizaines, puis la coder en chiffres. **La dizaine au cœur des apprentissages** *(page 32)* 2 itinéraires possibles : - Enseigner la numération écrite chiffrée à partir de la numération orale. - Construire les deux systèmes de manière indépendante et faire le lien. Exemple d'une séquence d'apprentissage sur la dizaine en prenant appui sur la comparaison de quantités. *(page 34)* **Questions récurrentes et questions nouvelles** *(pages 36 à 39)* - Collections à dénombrer (comparer des collections, importance de proposer des collections partiellement organisées). - Lire et écrire les nombres (présentation de 2 procédures possibles). - Unités de numération. / Décompositions et numérations. - Introduire 100 comme 10 dizaines et 0 unités. Exemple d'une séquence d'apprentissage sur la numération écriture chiffrée pour comparer des nombres. *(page 40)*	**Périodes 1 et 2** - Renforcement des connaissances de GS *(nombres jusqu'à 19, comptine au moins jusqu'à 30)*. - Notion de dizaine *(paquets de 10 et assemblage de dizaines et unités)*. - Possibilité d'aller jusqu'à 100 pour la numération écrite chiffrée. - Dénombrement, estimation, comparaison. **Périodes 3 et 4** - Numération orale et écrite jusqu'à 100 *(fin de période 4)*. - Aspect positionnel et décimal. - Dénombrement, estimation, comparaison. **Période 5** - Retour sur les points de difficultés. - Développer le lien entre numération et calcul. *(Progression diffusée au fil des pages de ce chapitre).*

II. Calcul et sens des opérations

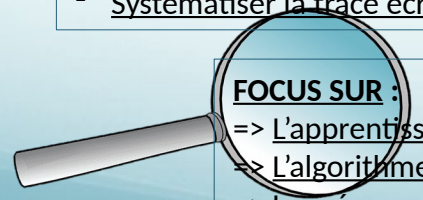
p. 49 à 73

OBJECTIF :
Développer une pratique aisée du **calcul mental**, **calcul en ligne** et **calcul posé**, en s'appuyant sur =>

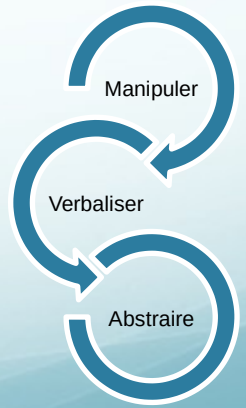
- Des **faits numériques à mémoriser**
  - L'enseignement du calcul mental *(page 57)* et en ligne *(page 63)* : mémorisation des faits numériques et des procédures *(page 61)* ; la fluence de calcul *(page 59) ; le* complément à 10, doubles, moitiés, tables d'additions, décompositions additives, somme de 2 nombres (*résultat inferieur à 10).*
  - L'enseignement de l'addition posé : l'aspect positionnel et l'aspect décimal *(page 67).*
- Des **procédures à hiérarchiser pour une trace écrite claire**
  - Ajout de 1, retrait de 1 *(nombres jusqu'à 30)*, Ajout de 2, retrait de 2 (*nombres jusqu'à 30)*, Ajout de 10 *(aux nombres jusqu'à 10)*, Soustraire à 10 un nombre *(≤ 5)*, associativité, Commutativité de l'addition de 2 nombres (*dont le résultat est ≤ 20 et sans franchissement de dizaine)*, Soustractions *(de type a−b avec a≤20 et b<10)*, combinaisons des procédures.
- Des **algorithmes à automatiser**
  - +1 /-1/+10/-10, décomposer, commuter, travailler les « presque-doubles ».

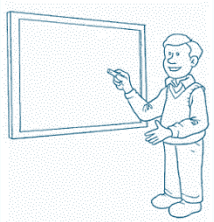
CONDITIONS D'ENSEIGNEMENT :

- Manipuler, verbaliser dans le processus d'abstraction en favorisant la compréhension du sens et l'introduction progressive du symbolisme.
- Travailler fréquemment sur les nombres, leurs propriétés et les opérations.
- Passer du comptage au calcul *(page 52)* : passage progressif à l'abstraction.
- Travailler le sens des opérations : addition *(page 55)* (et addition à trous) et leur symbolisme (+, -, =).
- Aborder le sens de la multiplication et de la division par la manipulation *(page 56)*.
- Estimer le résultat d'un calcul, soit pour l'anticiper, soit pour le contrôler *(page 66).*
- Graduer la difficulté rencontrée (verbaliser, varier les outils et la modélisation, introduire le jeu) *(page 69)* et pistes de remédiation *(page 70).*
- Varier les supports écrits : l'ardoise (entrainement autorisant à l'erreur et facilitateur de l'engagement), le cahier de leçons (mémoire des faits numériques et des procédures) et le cahier de brouillon (trace de ses procédure).
- Systématiser la trace écrite de l'institutionnalisation des apprentissages, en hiérarchisant les procédures mises en place par les élèves.



FOCUS SUR :
=> L'apprentissage des tables d'addition : Table d'addition de Pythagore *(page 60)* ; Enseignement par familles *(page 61).*
=> L'algorithme de l'addition posée (numération écrite chiffrée) : justifier avec du matériel (avec et sans retenue).
=> Les séances de calcul : alterner les séances courtes et longues (échauffement, entrainement et recherche).





p. 77 à 100

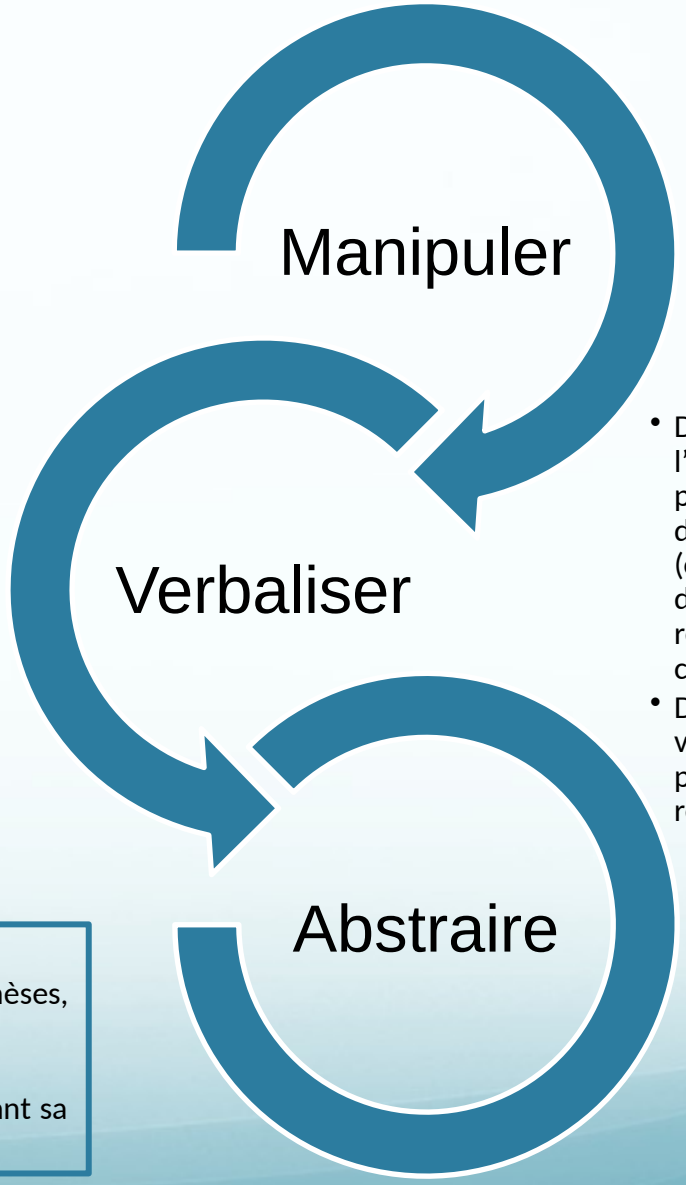
III. Résolution des problèmes et modélisation

Côté enseignant :

- Préparer un **continuum didactique** entre les cycles *(page 97 à 99)* à partir des attendus de fin de CP *(page 79)*.
- Mettre en place un **enseignement explicite** qui s'appuie sur des temps d'institutionnalisation permettant de hiérarchiser les procédures.
- Consacrer un **temps conséquent et régulier** à la résolution des problèmes basiques, proposer également des problèmes à 2 étapes (complexes) et des problèmes pour apprendre à chercher (atypiques) *(pages 80)* dans les champs additifs, multiplicatifs et soustractif, en veillant à **ne pas enseigner une typologie des problèmes.**
- Prévoir un **temps suffisant** pour que tous les élèves puissent aller au bout de la résolution du problème.
- Concevoir son **enseignement à partir du triptyque** manipuler / verbaliser / abstraire, articulation entre matériel, représentations associées et notions mathématiques convoquées.
- **Articuler représentation et modélisation** en s'appuyant sur des représentations à l'aide de schémas.

Côté élève :

- Comprendre le problème posé, raisonner, chercher, émettre des hypothèses, résoudre et communiquer (expliciter ses actions, sa démarche et sa solution).
- Revenir sur la solution et prendre du recul sur son travail.
- Gagner en autonomie, réussir seul les problèmes relevant du CP en enrichissant sa mémoire des problèmes.

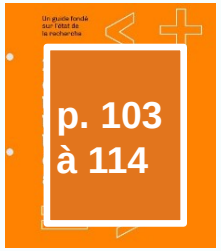


- Utilisation de matériels décontextualisés progressivement remplacés par des objets manipulables moins figuratifs *(page 82 à 85)*.
- Le statut du matériel (pour constater / pour valider ce qui a été anticipé).
- Manipulation passive / manipulation active (anticipation du résultat).

- De la manipulation active à l'explicitation des actions et des procédures : stratégies de dénombrement élémentaires (objets réels), stratégies de dénombrement (les représentations symboliques des collections) et stratégies de calcul.
- De la manipulation active à la validation des solutions proposées : explicitation du résultat).

- La schématisation pour représenter l'image sous les yeux en image mentale (ex : schéma en barre *page 92 à 96*).
- La modélisation pour traduire mathématiquement la situation et conduire vers la procédure et la réalité calculable.

IV. Quels matériels et pour quelle utilisation en mathématiques ?



Les quatre principes d'utilisation du matériel reposent sur l'importance de faire des liens entre le matériel et le concept qu'il représente.

- Le temps d'utilisation d'un matériel : l'utilisation d'un matériel doit être régulière, constante et sur une longue période pour permettre aux élèves de mieux identifier et comprendre la relation entre le concept et le matériel qui le représente.
- La transparence du matériel utilisé : commencer par des représentations figuratives et d'avancer petit à petit vers des représentations plus abstraites d'un même concept.
- La nature du matériel : un matériel sobre pourrait aider l'enfant à diriger son attention directement sur les liens entre l'objet et le concept représenté.
- L'explicitation du lien entre le matériel et le concept qu'il représente : l'explicitation par le professeur permet à l'enfant de diriger son attention directement vers les caractéristiques pertinentes du matériel, c'est-à-dire l'aspect mathématique sur lequel on veut travailler.

Les outils et logiciels du numérique éducatif : calcul@tice, la course aux nombres et l'attrape-nombres sont des exemples de jeux numériques.

Les matériels utiles dans l'apprentissage des mathématiques

Les cubes emboitables sécables

- pour la numération écrite chiffrée et la numération orale en utilisant des cubes d'une même couleur
- pour le calcul en utilisant des collections de cubes de couleurs différentes
- pour la résolution de problèmes arithmétiques pour amener à la schématisation par un modèle en barres

La frise numérique

- pour travailler la numération orale en faisant apparaitre la petite et la grande comptine
- pour travailler la numération écrite chiffrée où apparaissent les unités et les dizaines sous diverses formes

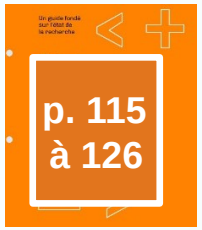
Le tableau des nombres

- met en évidence les régularités du système de numération écrite chiffrée
- permet d'utiliser l'itération de l'unité

Matériel complémentaire mis à disposition des élèves

- matériel de numération en base 10 qui permet de faire des échanges
- tableau de numération qui organise l'écriture en chiffre du nombre, mais qui peut enfermer le nombre dans des cases sans lui donner de sens.
- monnaie qui utilise la numération écrite chiffrée de façon plus complexe

V. Le jeu dans les apprentissages des mathématiques

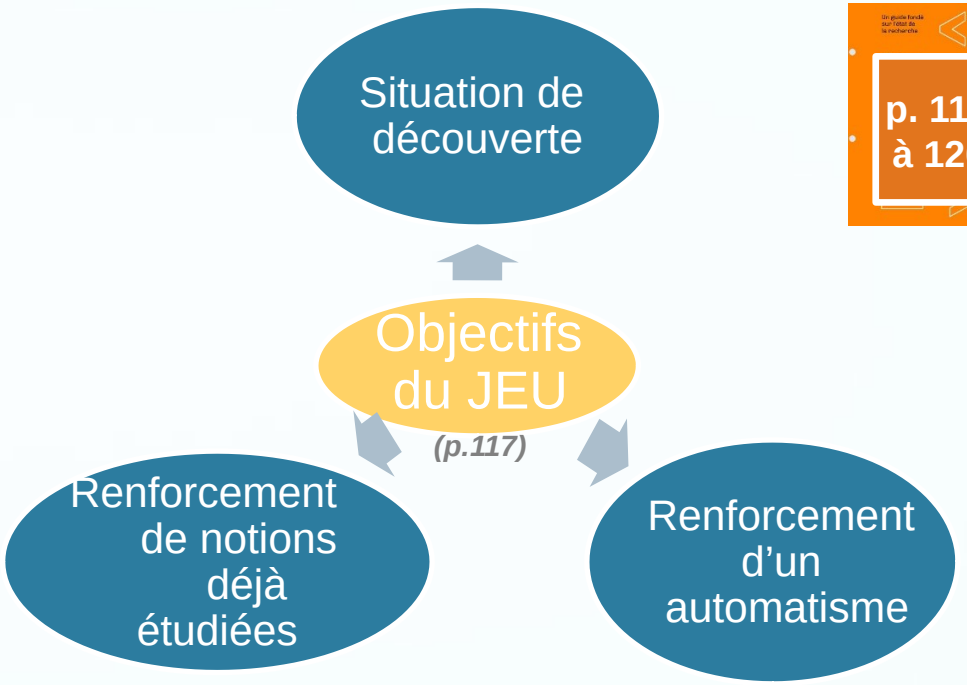


Des jeux pour s'entrainer au calcul *(p.116 -117)*

1) Le jeu de Lucky Luke : décompositions additives jusqu'à 10.
2) Le bon débarras : compléments à 10.
3) Les cartes recto-verso : calcul d'un coté, résultats de l'autre
4) Le yams : 5 dés et 3 lancers
5) Autres jeux : en bas de (*p. 116*)

Le jeu nécessaire… mais pas suffisant ! *(p.117 -118)*

- Intérêt ludique du jeu : faire entrer les élèves dans un processus d'essais, échafauder des stratégies, les reconsidérer, les optimiser
- Enjeu de connaissance partagée
- Importance des interactions entre élèves
- Bénéfices du jeu dans l'apprentissage *(p.118)*



Grille d'analyse pour pour déterminer le potentiel didactique des jeux mathématiques *(p.126)*

Analyse de 3 jeux : *(p.119 à 125)*
avec objectif, règle du jeu, critère de réussite, supports matériels, validation et synthèse.

Nom du jeu	Objectif
Jeu du saladier *(p.119 à 121)*	Connaître les décompositions additives inférieures à 10 Calculer le complément à 10 ou à un nombre inférieur à 10
Déplacement sur piste *(p.121 à 123)*	Calculer mentalement à partir d'anticipation de déplacements
Le chiffroscope *(p.123 à 125)*	Travailler l'écriture chiffrée d'un nombre à partir de différentes situations de codage et de conversion

VI. Comment analyser et choisir un manuel de mathématiques pour le CP ?

p. 129 à 134

PRINCIPES FONDAMENTAUX	LIMITES / POINTS DE VIGILANCE/QUESTIONS	PROGRAMMATION
Le travail sur le seul fichier n'est pas suffisant pour construire les connaissances		
• Le manuel est conforme aux instructions officielles • Le manuel est un support pour accompagner l'élève, qui vient en complément d'activités de manipulation ou de jeux, de phases de mise en commun et d'institutionnalisation. • Le manuel est lisible et ergonomique • Une place suffisante est accordée aux écrits des élèves (schémas, raisonnements, démarches, etc…) • La structure globale des séances d'apprentissage est conforme : manipulation, institutionnalisation, différenciation … • Le manuel s'accompagne d'un guide du maître (avec des éléments didactiques et une description précise des séances)	- L'enseignant ne doit pas se limiter ni se contraindre à n'utiliser que le manuel. - Les séances doivent s'articuler au sein d'une séquence intelligible. - Est-ce que le manuel s'adapte à ma progression ou est-il figé dans son fonctionnement (organisation des séquences) ? - Le manuel est-il complété par des ressources numériques (PDF projetables, vidéos, exercices interactifs) ? - Le manuel permet-il d'évaluer le niveau de compétences et la progression des élèves ?	- Quelle organisation : · par domaines et sur l'année ? · chronologique ou par séquence ? · présence de séquences d'apprentissage construites ? · les connaissances antérieures nécessaires sont-elles mentionnées ? - Vérifier la place accordée : · à la construction du nombre (désignations orale et écrite chiffrée) *(page 23 à 40)* · au calcul mental (séquences complètes) *(page 57 à 66)* · à l'approche du calcul posé (avec matériel / mise en lien avec la numération écrite chiffrée) *(page 67 à 72)* · à la résolution de problèmes dans tous les domaines *(page 77 à 100)*

FOCUS SUR LE GUIDE DU MAÎTRE

Un guide du maître accompagne-t-il le manuel ? Mentionne-t-il :

- l'objectif des séances
- la durée des différentes phases
- la formulation des consignes
- la gestion des mises en commun
- les phases d'institutionnalisation
- l'évaluation
- la différenciation possible

VII. Programmer sa progression au CP en numération, calcul, résolution de problèmes

p. 139 à 147

Ce chapitre indique les repères forts pour les périodes 1et 2, et 3 à 5 et ce qui peut être adapté à la classe. La programmation au CP est mise en perspective avec les objectifs de cycle et les repères par année. La programmation en CP concerne donc toute l'équipe de cycle 2

PRINCIPES FONDAMENTAUX	PROGRAMMATION
• Être au clair et réussir à articuler les différents champs numériques dans l'apprentissage des 2 systèmes de numération, des calculs et de la résolution de problèmes tout en établissant une progression propre à chacun de ces 3 domaines (pages 140 et 141 et page 144) • Tenir compte de la complexité sémantique des énoncés et de la variété des contextes à aborder dans la résolution de problèmes (page 140) • Prendre en compte des notions anciennes et des compétences maîtrisées à l'issue de la maternelle (page 140)	• Le calcul mental détaille la progression des faits numériques, des procédures, de la combinaison de procédures et des symboles mathématiques (pages 142 et 145) • Le calcul en ligne détaille l'addition de 2 nombres sans, puis avec franchissement de dizaine jusque 100 et la soustraction de 2 nombres sans retenue puis avec franchissement d'une dizaine (page 145) • Le calcul posé introduit l'algorithme de l'addition posée jusqu'a 100, progressivement jusque la somme de 3 termes générant des retenues de 1 ou 2 dizaines (page 145) • La résolution de problèmes arithmétiques distingue : - les problèmes additifs : de parties-tout (recherche du tout et d'une des parties) / de transformation / de comparaison / les symboles mathématiques/ la technique de l'addition (pages 143 et 146) - les problèmes multiplicatifs (abordés à partir de la période 4) avec jusqu'à 3 nombres inférieurs à 30 avec recherche du produit, recherche du nombre de parts égales et recherche de la valeur d'1 part (page 147)